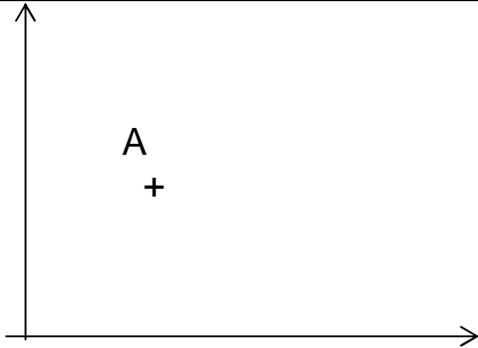


REPÉRAGE DU POINT

1 – Dans un système à 2 dimensions



Tout point peut être repéré par :

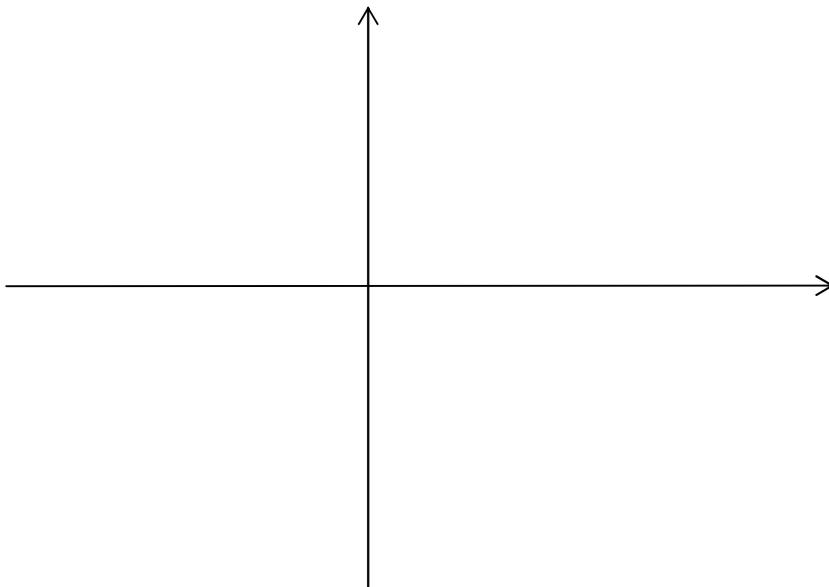
☞ _____
 ☞ _____

NOTATION :

Ce sont les

Application : placez les points $B(10;35)$ $C(30;30)$ $D(50;0)$ sur le référentiel ci-dessus.

Les coordonnées peuvent aussi être négatives : exemple $E(-30;25)$

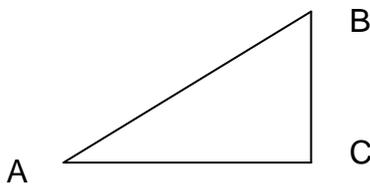


Placez ci-contre les points :

- F(45;-30)
- G(-40;-25)
- H(40;30)
- J(-35;0)

Sur le référentiel ci-contre.

RAPPELS DE TRIGONOMÉTRIE



Sinus = _____

Cosinus = _____

Tangente = _____ = _____

Application : pour les points A, B, C et D (référentiel du haut), calculez :

OA = $\sin(\widehat{xOA}) =$ $\widehat{xOA} =$

OB = $\sin(\widehat{xOB}) =$ $\widehat{xOB} =$

OC = $\cos(\widehat{xOC}) =$ $\widehat{xOC} =$

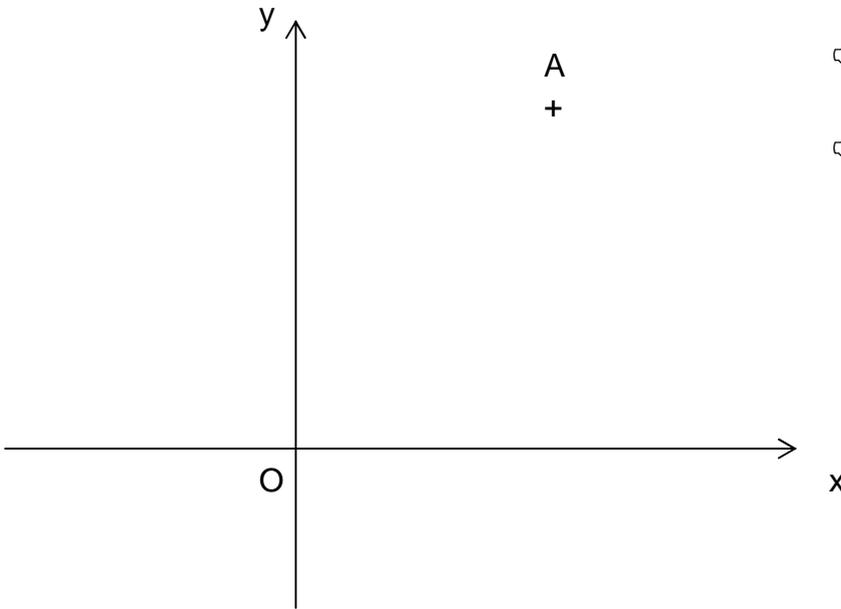
OD = $\cos(\widehat{xOD}) =$ $\widehat{xOD} =$

CHANGEMENT DE RÉFÉRENTIEL

Si on place l'origine du repère sur le point E, les coordonnées deviennent :

E (0 ; 0) F(;) G(;) H(;) J(;)

AUTRE SYSTÈME DE REPÉRAGE : LES COORDONNÉES



Tout point peut être repéré par:

- ☞ _____
- ☞ _____

On peut, à partir de ces 2 coordonnées, retrouver les coordonnées cartésiennes à l'aide de la trigonométrie (*voir feuille précédente*) :

$X_A =$

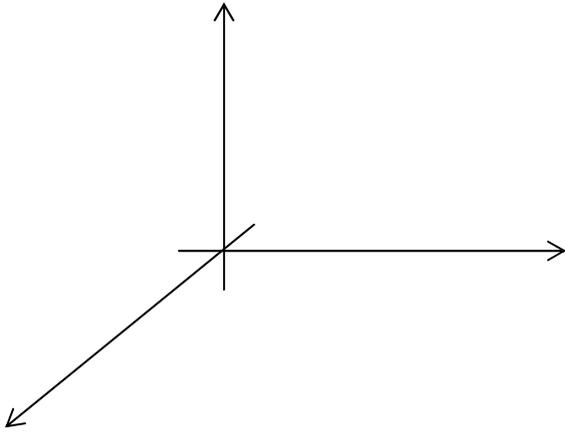
$Y_A =$

APPLICATIONS

Calculez les coordonnées manquantes, puis tracez le points sur le référentiel ci-dessus.

	x	y	r	θ
B	40	15		
C			50	45°
D	-30	20		
E			20	-120°

2 – Dans un système à 3 dimensions



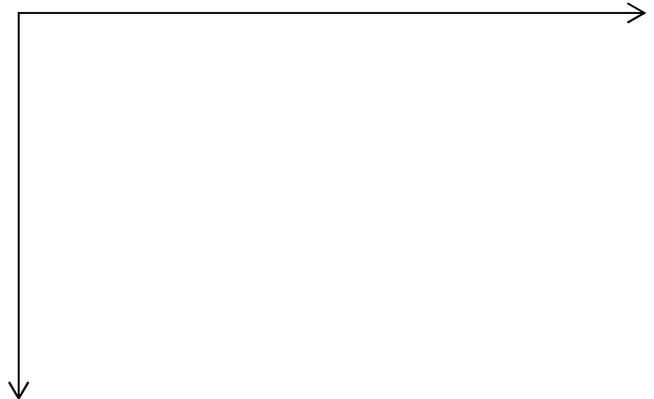
Tout point peut être repéré par :

- ☞ _____
- ☞ _____
- ☞ _____

NOTATION :

2 représentations possibles :

- ↖ _____
- ↖ _____



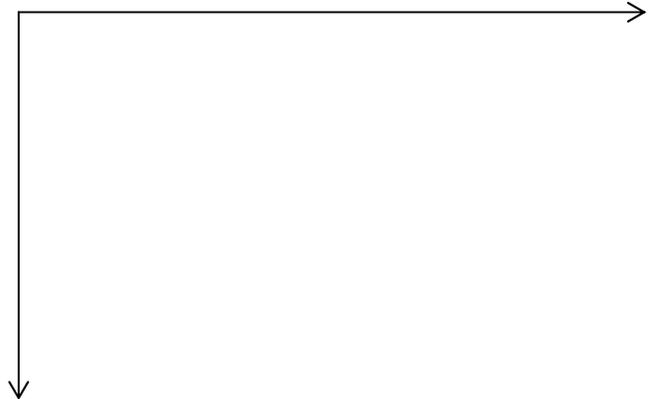
Exemple : $A(10 ; 40 ; 35)$

Remarque : comme en 2D, les coordonnées peuvent aussi être négatives.

Application : placez ci-dessus les points $B(0 ; 25 ; 30)$ $C(15, 20, 25)$ $D(20 ; 0 ; 30)$

EXERCICE

Placez sur le repère ci-dessous les sommets, puis les arêtes d'un parallélépipède rectangle de dimensions 40 sur x, 50 sur y, 30 sur z.



Remarque : si 2 points ont même coordonnée sur Oz : _____

LES VECTEURS

1 – DÉFINITION

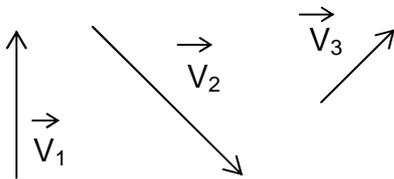
Grandeur définie par :

☞
☞
☞
☞

On les utilisera pour représenter diverses grandeurs (forces, vitesses, etc.)

2 – OPÉRATIONS

ADDITION : la somme de plusieurs vecteurs est un vecteur.



→ → → →
Tracez ici $V = V_1 + V_2 + V_3$

+

Propriétés de l'addition :

- commutativité :

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_1$$

- associativité :

$$\vec{V} = \vec{V}_2 + (\vec{V}_3 + \vec{V}_1)$$

→ → → →
Tracez ici $V = V_3 + V_1 + V_2$

→ → →
puis $V_4 = V_3 + V_1$

+

SOUSTRACTION : le résultat est un vecteur.

Il suffit de changer le sens du vecteur à soustraire :

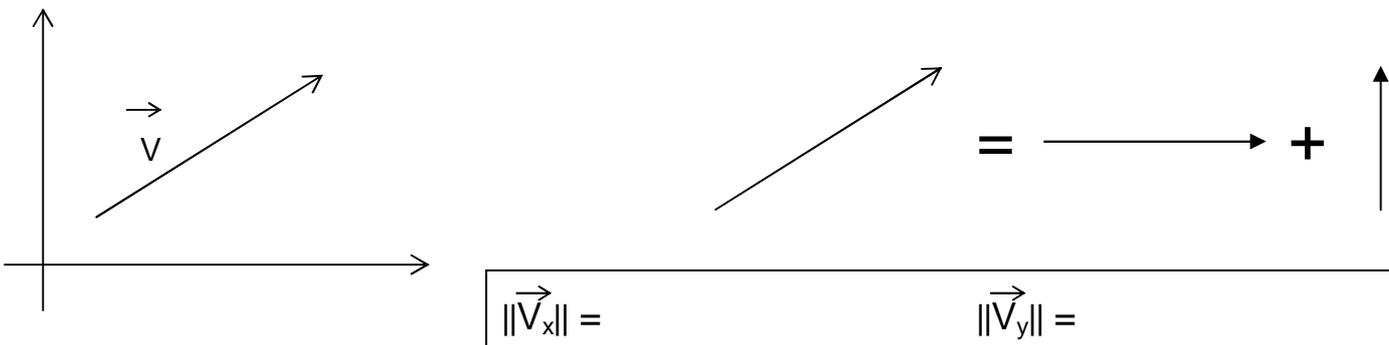
$$\vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$$

→ → →
Tracez ici $V = V_3 - V_1$

+

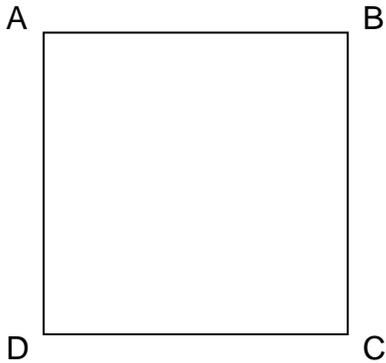
3 – PROJECTIONS

C'est l'opération inverse de l'addition :



LES VECTEURS : EXERCICES

Soit le carré ABCD ci-dessous, dont les diagonales se coupent en O.



Tracez ses diagonales et **déterminez** les vecteurs :

$$\vec{CD} + \vec{AB} = \vec{\quad}$$

$$\vec{DA} + \vec{DC} = \vec{\quad}$$

$$\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{\quad}$$

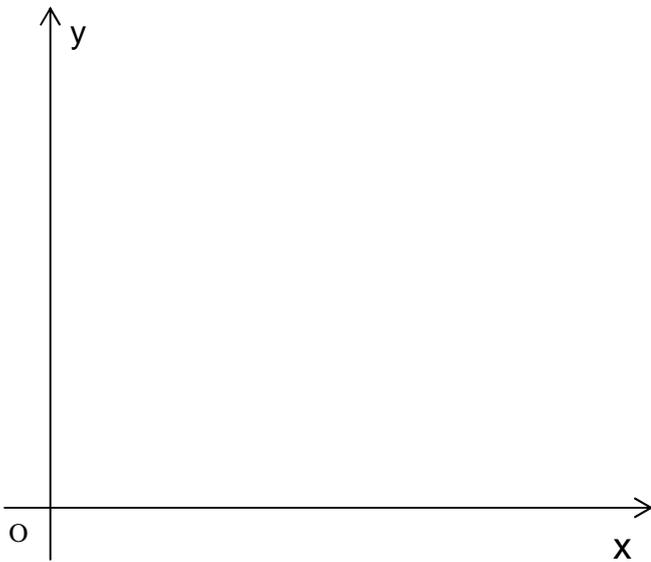
$$\vec{DC} + \vec{BA} = \vec{\quad}$$

$$\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{\quad}$$

$$\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{\quad}$$

$$\vec{OD} - \vec{OC} = \vec{\quad}$$

$$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{\quad}$$



On donne un point A (60 ;40)

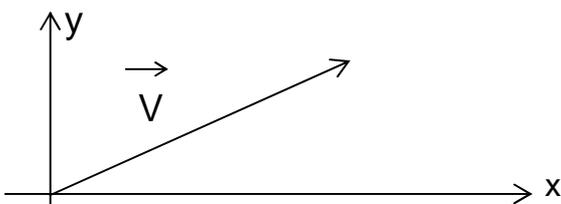
- Tracez le vecteur \vec{V} :
- point d'application O
 - direction OA
 - sens O vers A

Tracez ses projections sur Ox et Oy

On appelle θ l'angle xOA

- Calculez :
- Tangente $\theta =$
 - $\theta =$

$$||\vec{V}|| =$$



On donne un vecteur \vec{V} et ses caractéristiques :

Norme : 15mm $\theta = 30^\circ$

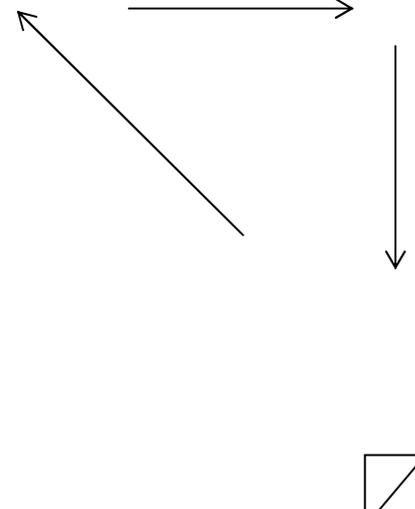
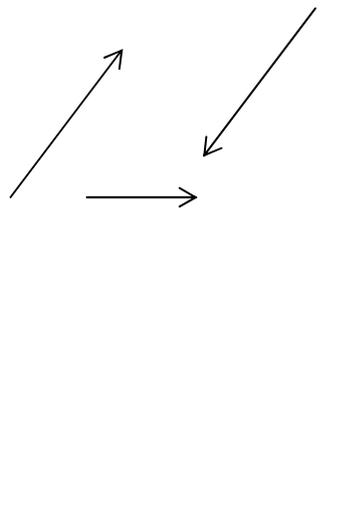
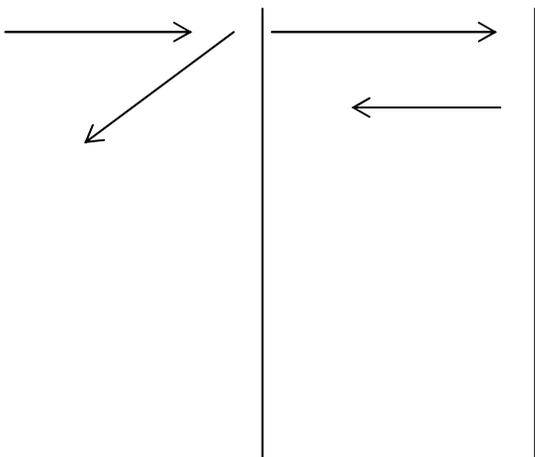
Calculez :

$$||V_x|| =$$

$$||V_y|| =$$



Additionnez les vecteurs ci-dessous :



Nom

Section

Note

NOTION DE FORCE

1- DÉFINITION

2- EFFETS

Les forces peuvent avoir 3 effets :

- ☞ _____ exemple : _____
- ☞ _____ exemple : _____
- ☞ _____ exemple : _____

3- TYPES DE FORCES

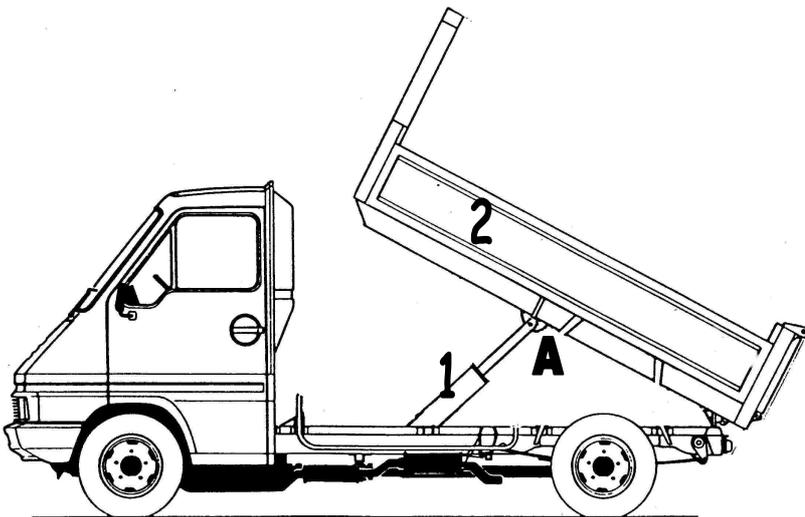
- ↖ _____ exemples : _____
 - ↖ _____ exemples : _____
- D'autre part, une force peut être localisée : _____
 ou répartie : _____

4- CARACTÉRISTIQUES

Une force est une grandeur vectorielle, on la modélise donc par un vecteur.

Prenons l'exemple de l'action du vérin 1 sur la benne 2 au point A :
 Nous la noterons :

$$\vec{A}_{1 \rightarrow 2}$$



Ses caractéristiques sont :

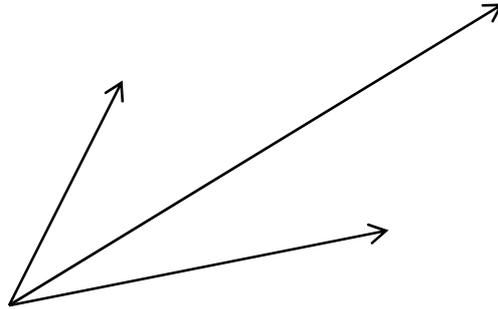
C'est une action de contact, localisée.
 Tracez le vecteur la représentant sur le dessin.
 Quelle action à distance s'exerce sur la benne ? _____

Quelles sont ses caractéristiques ? _____
 Tracez le vecteur la représentant sur le dessin.

5- Composantes d'une force

Toute force \vec{F} peut être remplacée par 2 autres forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 appelées **composantes**, à deux conditions :

- même point d'application
- $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$



Inversement, on peut toujours remplacer 2 forces agissant au même point par leur somme, appelée **résultante** (voir plus loin).

Le plus souvent, les composantes seront sur un système d'axes orthonormé xOy .

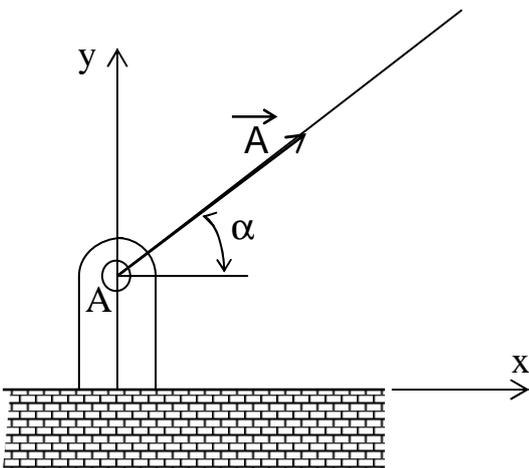
On appellera alors les composantes \vec{F}_x et \vec{F}_y , et on pourra appliquer les règles de trigonométrie pour les calculer.

6- Exemples

Pour tous ces exemples, tracez les composantes sur x et y , puis calculez leurs intensités:

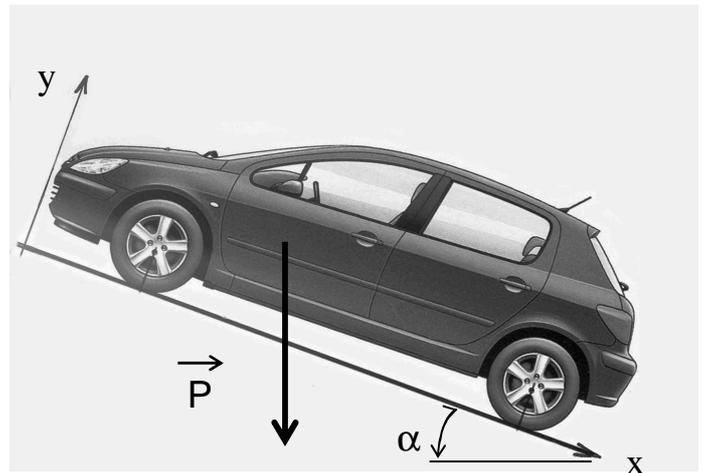
Ancrage de hauban :

Intensité de \vec{A} : 1500N, angle α : 40°



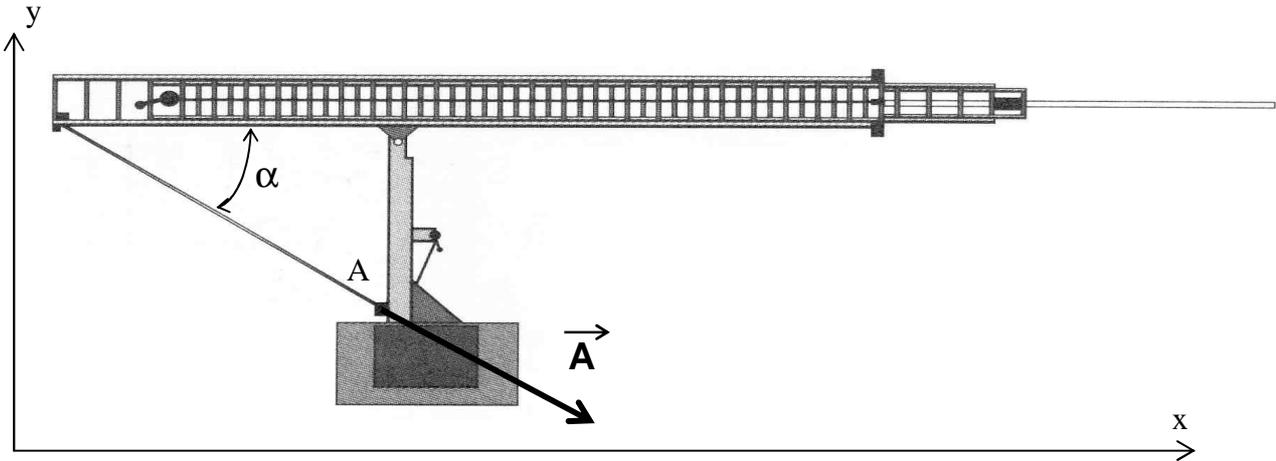
Voiture garée en pente :

Intensité de \vec{P} : 12500N, angle α : 20°



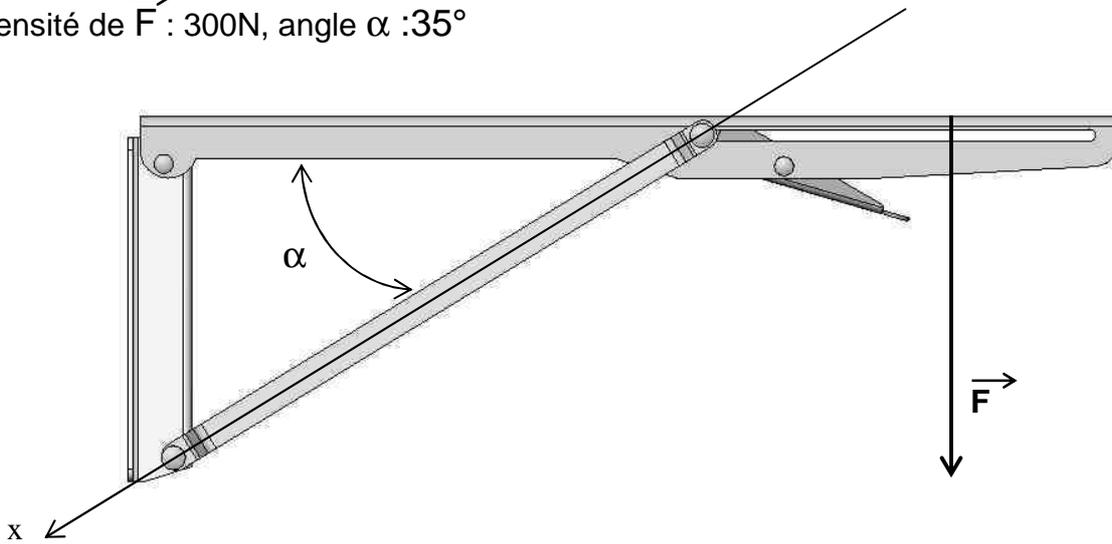
Pylône télescopique basculant :

Intensité de \vec{A} : 3500N, angle α : 30°



Étagère pliable :

Intensité de \vec{F} : 300N, angle α : 35°



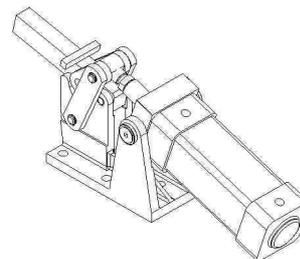
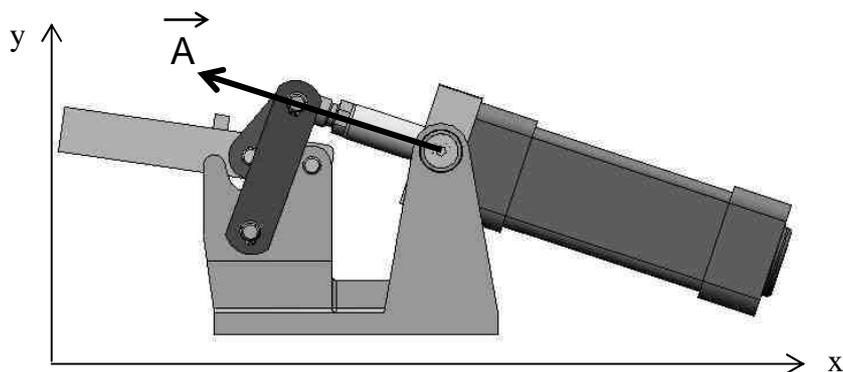
Nom :

CONTRÔLE

Note :

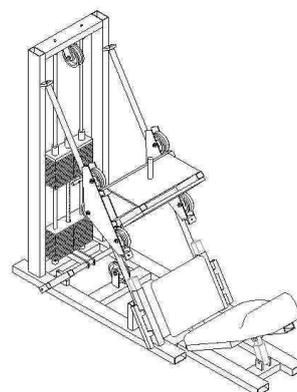
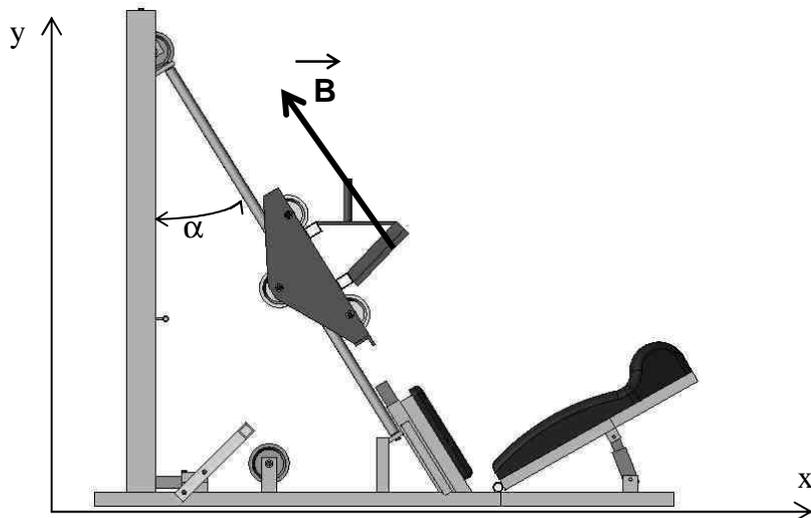
Méca 9

1- Bride pneumatique :



Tracez les composantes \vec{A}_x et \vec{A}_y sur le dessin	/2
Calculez l'intensité de \vec{A}_x	/4
Calculez l'intensité de \vec{A}_y	/4

2- Appareil de musculation :



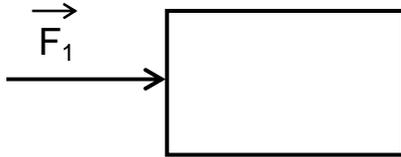
Intensité de \vec{B} : 1200N
 $\alpha = 20^\circ$

Tracez les composantes \vec{B}_x et \vec{B}_y sur le dessin	/2
Calculez l'intensité de \vec{B}_x	/4
Calculez l'intensité de \vec{B}_y	/4

NOTION DE MOMENT

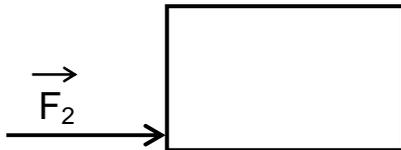
1- Observation

Posez un livre sur la table et exercez une force horizontale :



Quel est l'effet de cette force ?

Exercez maintenant cette autre force :



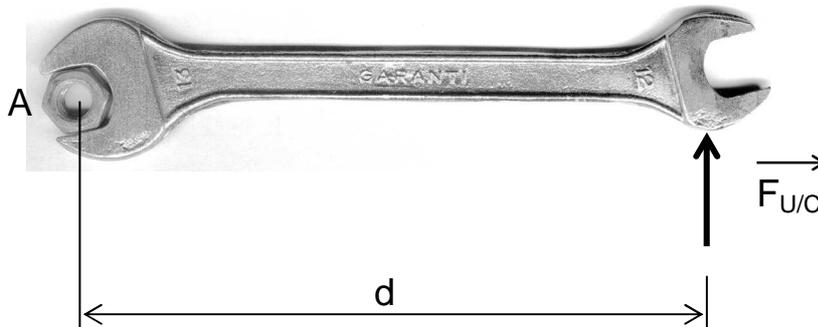
Quel est l'effet de cette force ?

Comment expliquer cette différence ?

Tracez le centre de gravité du livre sur les 2 figures.

2- Moment d'une force par rapport à un point

Situation : l'écrou est « bloqué ».



Quelles sont les solutions (mécaniques, sans dégrissant !) pour résoudre le problème :

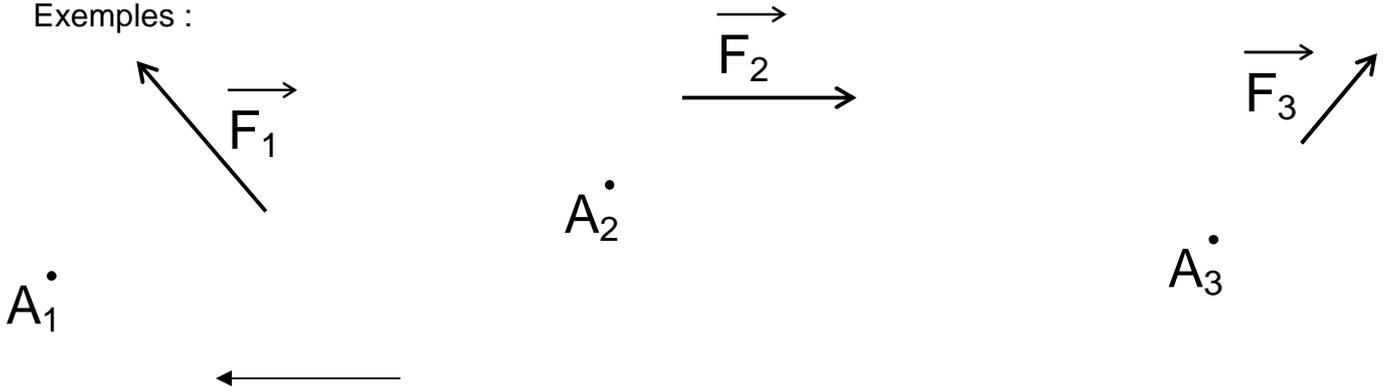
- _____
- _____

Ces 2 facteurs combinés forment la valeur du moment :

$$M_{(A)}^{F_{U/C}} = |F_{U/C}| \times d$$

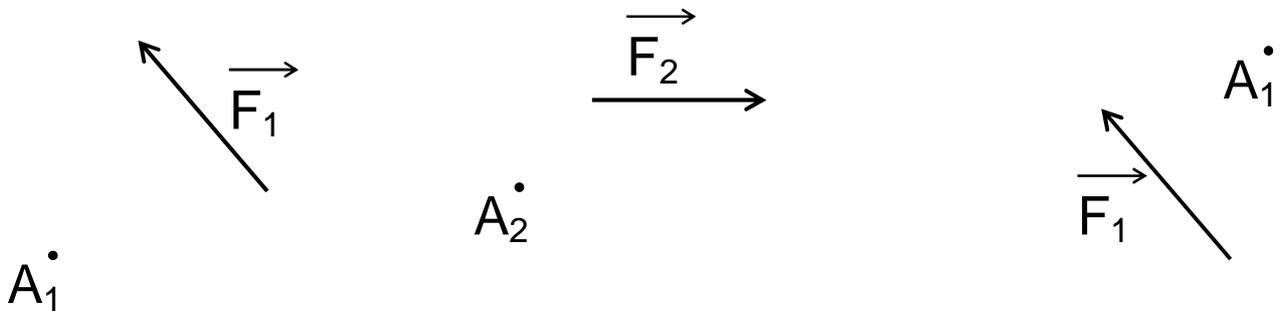
UNITÉS :
 Moment en
 Force en
 Distance en

La distance d s'obtient en abaissant une perpendiculaire du point sur la droite d'action de la force.
Exemples :



3- Le signe du moment

Suivant le sens et la direction de la force, la clé peut serrer ou desserrer l'écrou.
Par convention, le moment est positif s'il provoque une rotation de sens trigonométrique :



Moment de sens

Moment de sens

Moment de sens

4- Applications

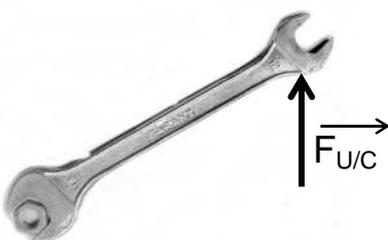
Clé plate

La clé plate de la page précédente a une longueur utilisable de 150mm.

L'utilisateur exerce une force de 150N.

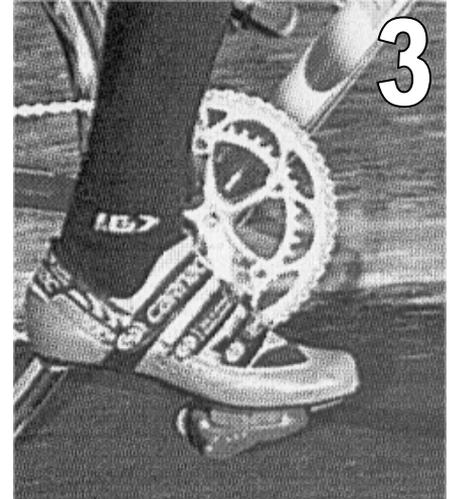
Calculez le moment de la force exercée et précisez son signe :

Recommencez le calcul avec la clé inclinée à 30° par rapport à l'horizontale :



Pédalier de vélo

Sur ces 3 photos, la manivelle a une longueur de 175mm.
Le cycliste exerce une force verticale de 600N.



Pour chaque cas :

- tracez les verticales passant par l'axe du pédalier et l'axe de la pédale
- placez la cote indiquant la distance
- Calculez le moment (par rapport à A, l'axe du pédalier) de la force exercée par le cycliste
 - ☞ Cas 1 (manivelle horizontale)
 - ☞ Cas 2 (manivelle à 30° par rapport à la verticale)
 - ☞ Cas 3 (manivelle verticale)

CONCLUSION :

MOMENT RÉSULTANT – COUPLE

1 – Moment résultant

Le cycliste U exerce une force sur la pédale, créant un moment dans le pédalier P.
Mais la chaîne C « résiste », exerçant une force sur les dents du pédalier, et lui transmettant donc un moment de sens opposé :



Admettons que $\|\vec{F}_{C/P}\| = 200\text{N}$ et $\|\vec{F}_{U/P}\| = 600\text{N}$.

Le moment exercé par le cycliste est toujours de $600 \times 0,175 = 105\text{ Nm}$ sens négatif.

Calculons le moment exercé par la chaîne :

On peut maintenant calculer le **moment résultant**, celui qui aurait le même effet que les 2 autres réunis, et qui peut donc les remplacer :

Quel est l'effet produit sur le pédalier ?

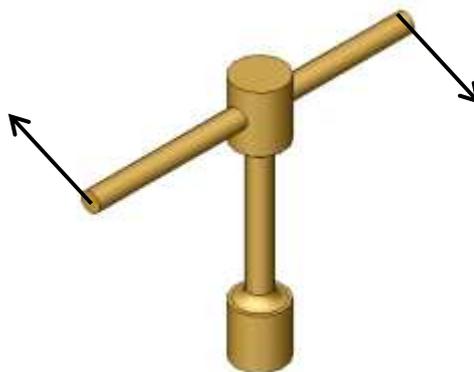
2 – Couple de forces

Si 2 forces provoquent un même sens de rotation, on parle de COUPLE.

Exemple : la clé à bougie :

On exerce 2 forces // égales de même sens de 100N.

La clé a une longueur de 400mm.



Calculons le couple exercé dans chacune de ces 3 positions :

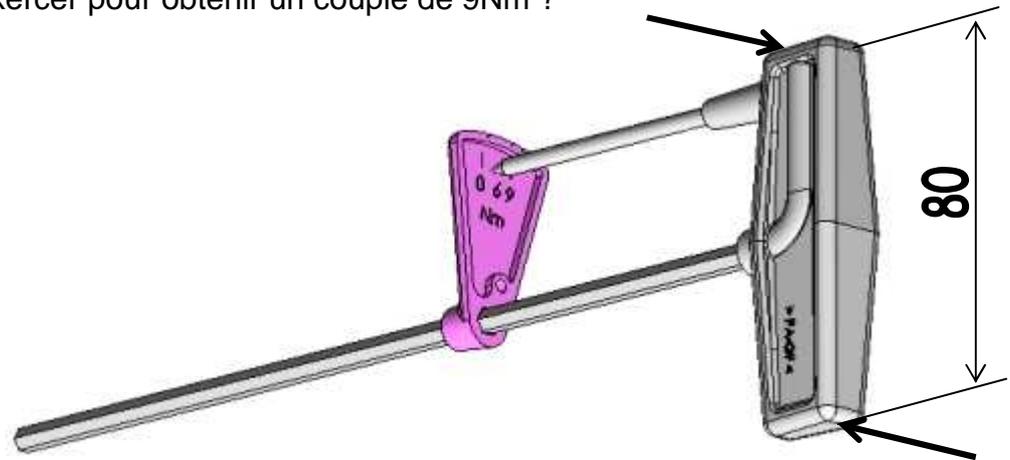


CONCLUSION :

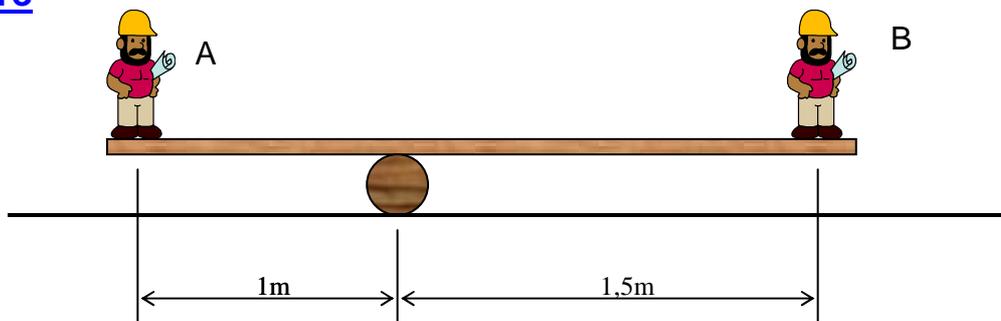
3 – Applications

Clé dynamométrique

Cette clé est utilisée pour serrer les vis CHc d'un porte-vélo.
Quelles forces faut-il exercer pour obtenir un couple de 9Nm ?



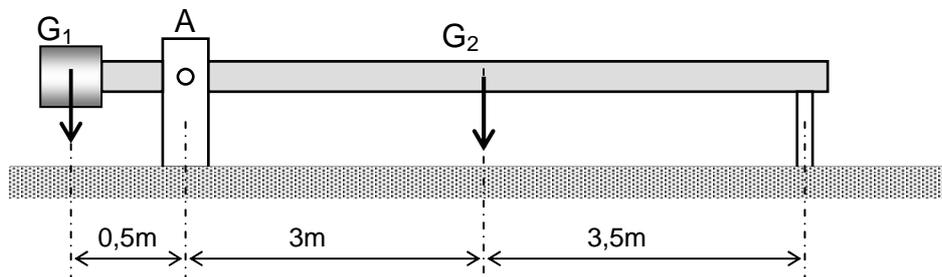
Balançoire



Pour équilibrer la balançoire (moment résultant = 0), quel devra être le poids du personnage A, sachant que le personnage B pèse 800N.

Barrière à contrepoids

Cette barrière pèse 200N, son contrepoids 1000N.



Calculez le moment résultant en A des 2 poids :

Conclusion ?

Quelle force minimum faut-il exercer sur le contrepoids pour soulever la barrière ?

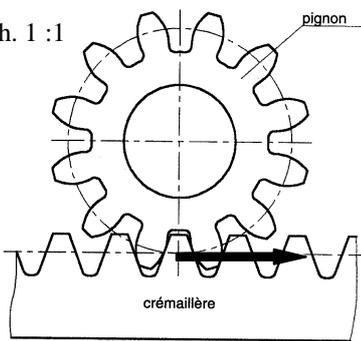
Nom :

CONTRÔLE

Note :

1 – Pignon-crémaillère

Éch. 1 : 1

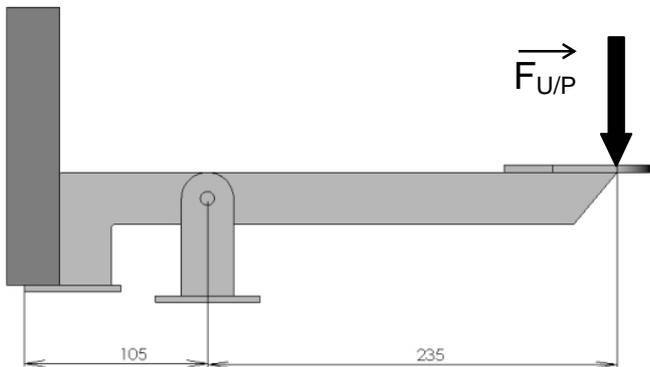


Ce pignon subit un moment de 150Nm.
 Quelle est l'intensité de la force (supposée horizontale)
 qu'il transmet à la crémaillère ?

$\vec{F}_{P/C} =$

/4

2 – Lève-porte



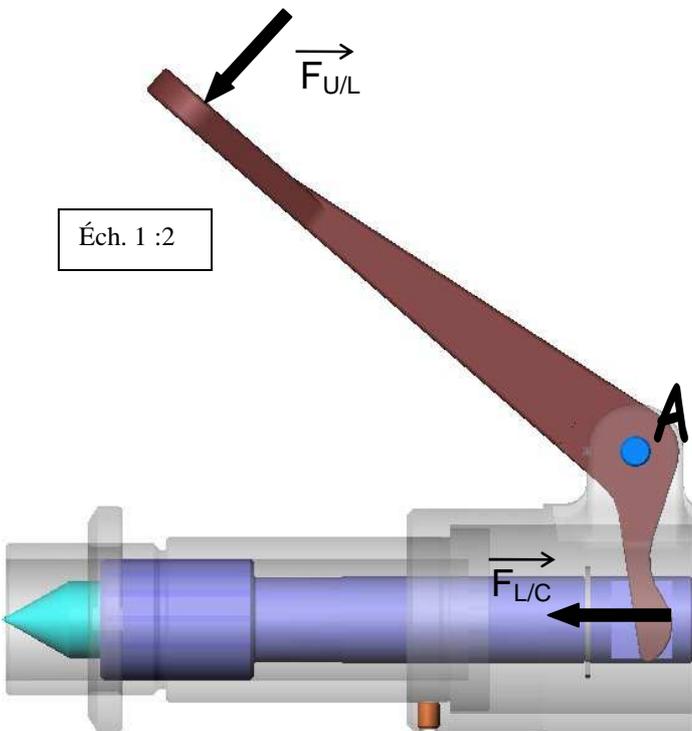
Quelle force mini faut-il exercer sur la
 pédale pour soulever une porte de 300N ?

$\vec{F}_{U/P} =$

/6

3 – Contre-pointe

Éch. 1 : 2



L'utilisateur (U) exerce une force de
 200N sur le levier (L) pour retirer la
 contre-pointe (C).
 Celle-ci exerce une force de 100N en bas
 du levier, due à un ressort de rappel.

Calculez :

☞ $M_{(A)}$ de $\vec{F}_{U/L}$

$M_{(A)} \vec{F}_{U/L} =$

/2

☞ $M_{(A)}$ de $\vec{F}_{L/C}$

$M_{(A)} \vec{F}_{L/C} =$

/2

☞ Moment résultant en A:

$M_R =$

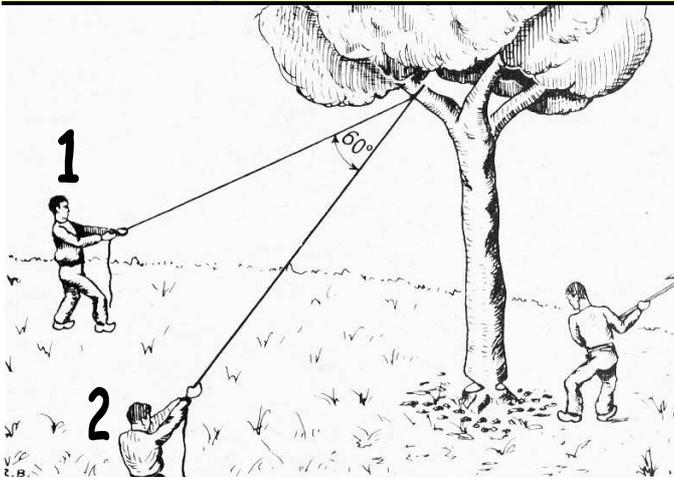
/4

/2

La force exercée par l'utilisateur est-elle suffisante ? _____

NOTION DE RÉSULTANTE

1- Exemple



Le personnage 1 exerce une force de 250N.
Le personnage 2 exerce une force de 500N.

Quelle force devrait exercer une personne seule pour obtenir le même effet en direction et en intensité ?

2 – Définition

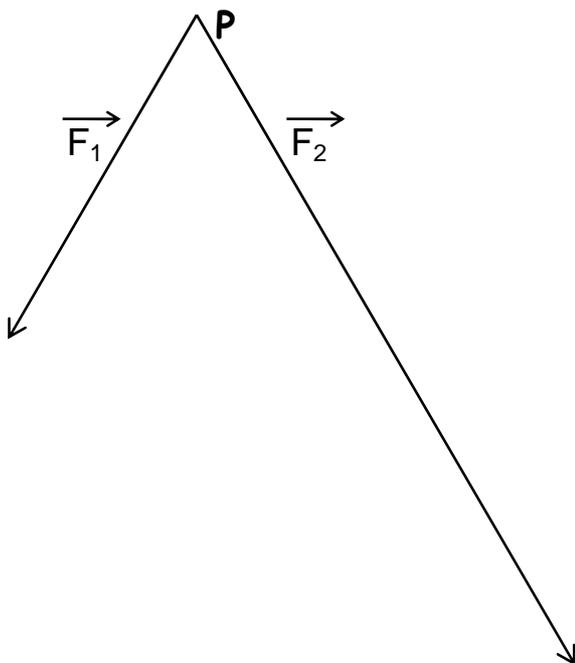
Cette force est appelée RÉSULTANTE des deux autres, on la note \vec{R} .
Elle est telle que :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots + \vec{F}_n$$

$$M_{(P)}\vec{R} = M_{(P)}\vec{F}_1 + M_{(P)}\vec{F}_2 + M_{(P)}\vec{F}_3 \dots + M_{(P)}\vec{F}_n$$

La résultante REMPLACE les autres forces.

3 – Résultante de forces concourantes



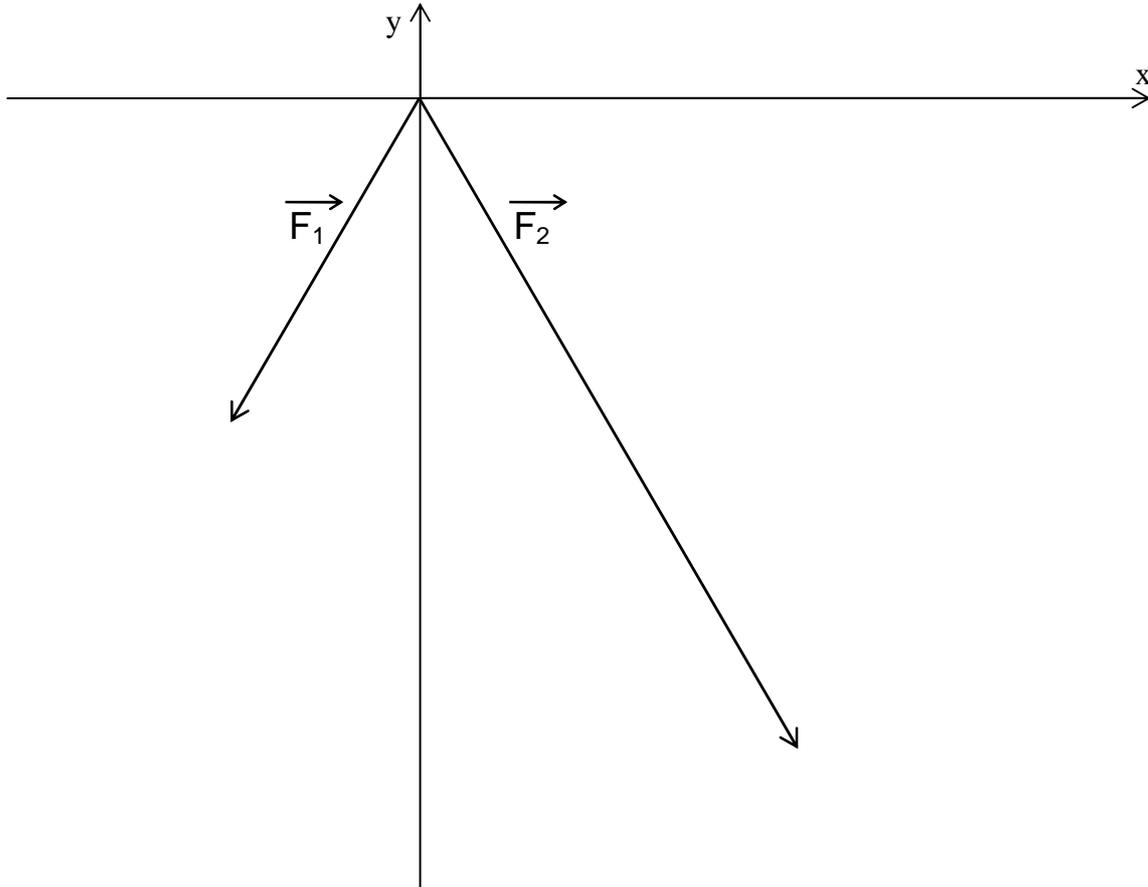
- La résultante est issue du point de concours des forces (P)
- $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
Donc sur le dessin, tracez \vec{F}_2 au bout de \vec{F}_1 ou l'inverse, ou les deux (parallélogramme).

- Tracez la résultante \vec{R} issue de P

- Mesurez sa longueur : mm

- Résultat : $||\vec{R}|| =$ N

- Calculez $M_{(P)}\vec{R}$:

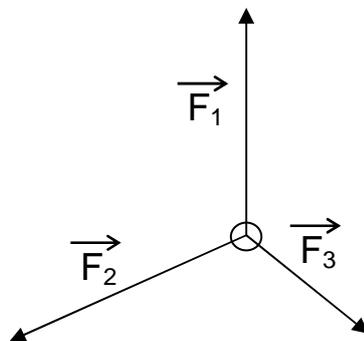
Vérification par le calcul :

- tracez les composantes des 2 forces (\vec{F}_{1x} , \vec{F}_{1y} , \vec{F}_{2x} , \vec{F}_{2y}) sur les axes x et y
- calculez $\|\vec{R}_x\|$ en additionnant \vec{F}_{1x} et \vec{F}_{2x}

- calculez $\|\vec{R}_y\|$ en additionnant \vec{F}_{1y} et \vec{F}_{2y}

- calculez $\|\vec{R}\|$

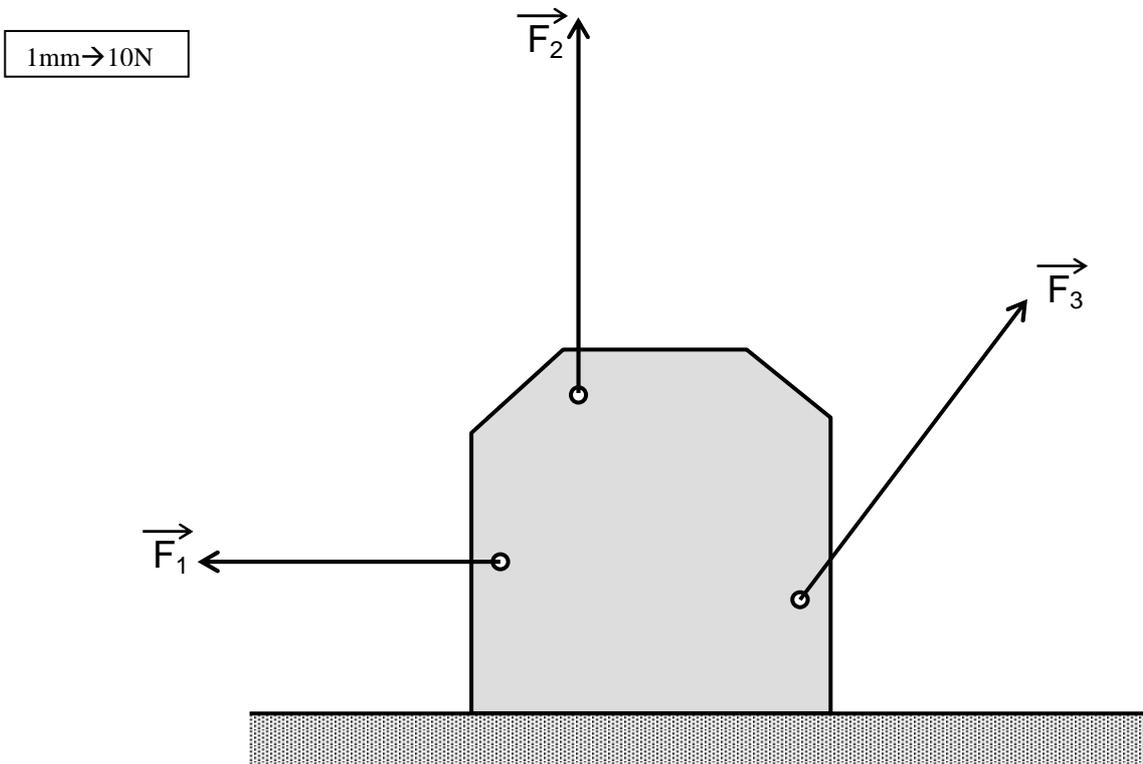
Si il existe plus de 2 forces, la méthode reste la même, la résultante passe par le point de concours. Essayez graphiquement avec ce haubanage de pylône vu de dessus :



4 – Résultante de forces quelconques

On combine les forces 2 à 2 jusqu'à n'avoir plus qu'une résultante finale.

Exemple : ce support de hauban subit 3 forces :



MÉTHODE :

- Construire P_1 , point de concours des droites d'action de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .
- Redessiner \vec{F}_1 et \vec{F}_2 avec leur point d'application en P_1 .
- Tracer \vec{R}_1 , résultante de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 issue de P_1 .
- Construire P_2 , point de concours des droites d'action de \vec{R}_1 et \vec{F}_3 .
- Redessiner \vec{R}_1 et \vec{F}_3 avec leur point d'application en P_2 .
- Tracer \vec{R} , résultante de \vec{R}_1 et \vec{F}_3 issue de P_2 .
- Mesurer la longueur du vecteur et calculez $\|\vec{R}\| =$ N

VÉRIFICATION :

Calculez les intensités de \vec{R}_x et \vec{R}_y , puis celle de \vec{R} .

5 – Résultante de 2 forces //

La direction de la résultante est // à celle des autres forces.

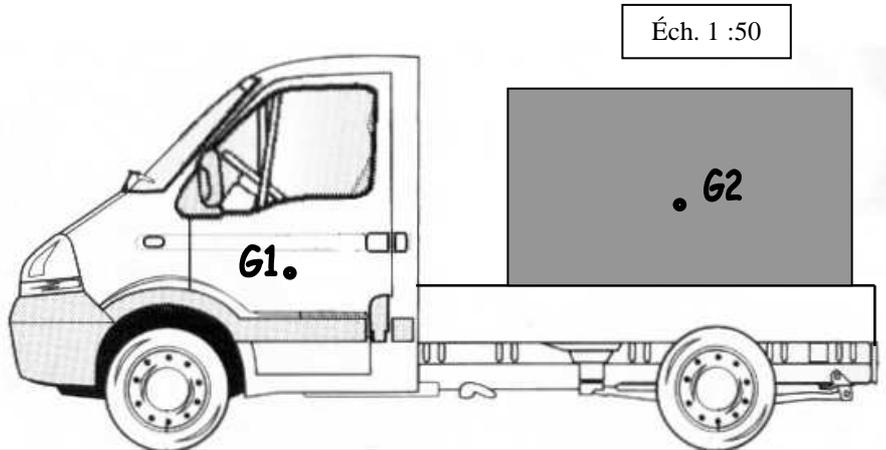
Son module est la somme des modules des autres forces.

La difficulté est de déterminer sa position !

Exemple : on veut déterminer la résultante du poids de ce véhicule et de sa charge.

MÉTHODE GRAPHIQUE

Poids du véhicule seul :
 P1 en G1 : 17500N
 Poids de la charge seule :
 P2 en G2 : 7500 N
 Échelle des forces : 1mm → 250N



La méthode consiste à ajouter en G₁ et G₂ deux forces égales et opposées :

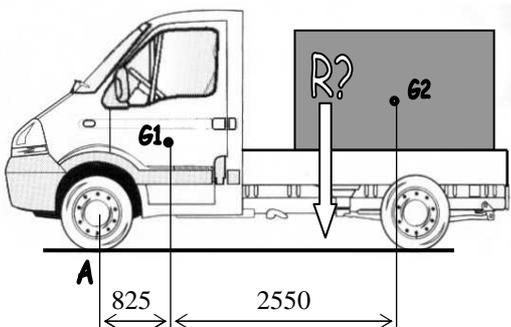
- De G₁ tracez \vec{P}_1 , de G₂ tracer \vec{P}_2
- Tracez le segment G₁-G₂
- de G₁ tracez \vec{F}_1 (5000N)
- de G₁ tracez \vec{F}_2 (5000N)
- tracez les résultantes de :
 - $\vec{R}_1 = \vec{P}_1 + \vec{F}_1$
 - $\vec{R}_2 = \vec{P}_2 + \vec{F}_2$
- Notez leur point de concours P
- Tracez une verticale de P vers G₁-G₂

Intensité de la résultante :

A droite du graphique, additionnez \vec{R}_1 et \vec{R}_2

Mesurez : mm → N

MÉTHODE ANALYTIQUE



- Intensité de la résultante :

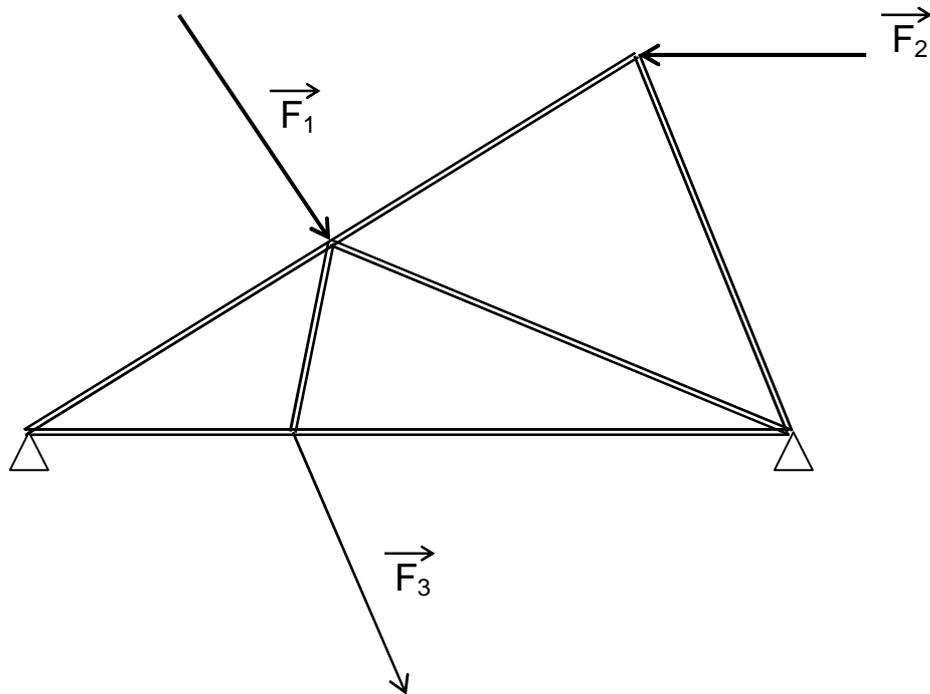
- Position de la résultante

Le moment de la résultante est égal à la somme des moments des forces :

6 - Applications

Ferme métallique

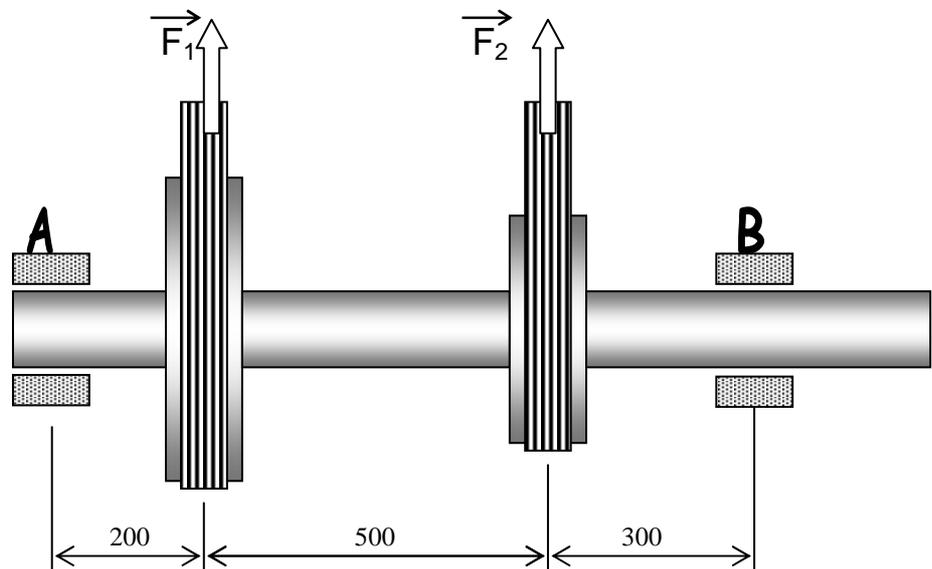
Construisez la résultante des 3 forces qui s'appliquent sur cette ferme :



Arbre avec poulies

$$\|\vec{F}_1\| = 10000\text{N}$$

$$\|\vec{F}_2\| = 5000\text{N}$$



Calculez l'intensité de la résultante :

A quelle distance se trouve-t-elle du palier A ?

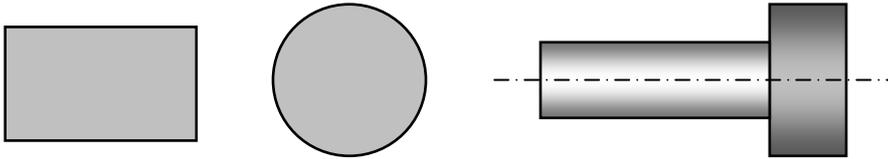
CENTRE DE GRAVITÉ

1 - Définition

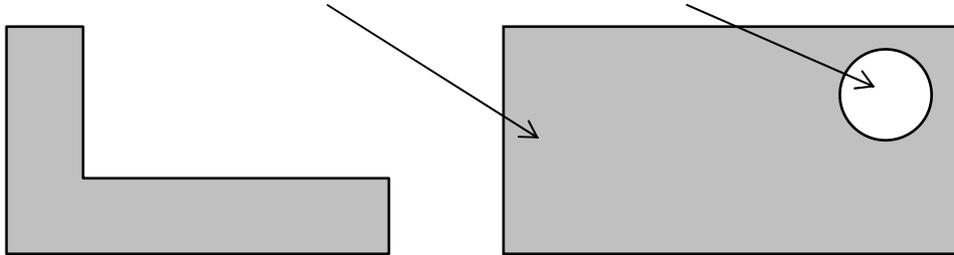
Point par lequel passe la droite d'action de la **résultante** des forces de pesanteur qui s'exercent sur un système (son poids !).

2 – Propriétés

Si le système possède une symétrie (plan, axe) : le CdG se trouve dessus :



Si le système est composé de 2 autres dont les CdG sont G_1 et G_2 , son CdG est sur G_1-G_2 . Les poids des éléments s'ajoutent (matière) ou se retranchent (vide) :

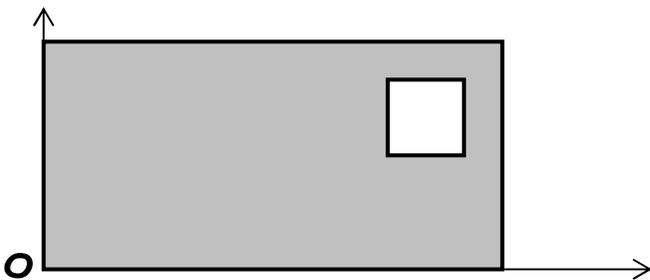


3 – Détermination

Comme pour une résultante, on peut utiliser la méthode graphique, ou le calcul. Si le poids est inconnu, on peut le remplacer par l'aire (si l'épaisseur est constante !).

Exemple :

Calculez la position du CdG de cette plaque de tôle (60x30, trou carré de 10 à 5 du bord) :



Poids du rectangle(1) :

Poids du carré(2) :

Position de G1 : $x_1=$ $y_1=$

Position de G2 : $x_2=$ $y_2=$

Écrivez la relation :

$$\text{Moment}_{O} \text{ du poids total} = \text{Moment}_{O} \text{ du poids du rectangle} - \text{Moment}_{O} \text{ du poids du carré}$$

Faites le calcul sur l'axe x:

Refaites le calcul sur l'axe y :

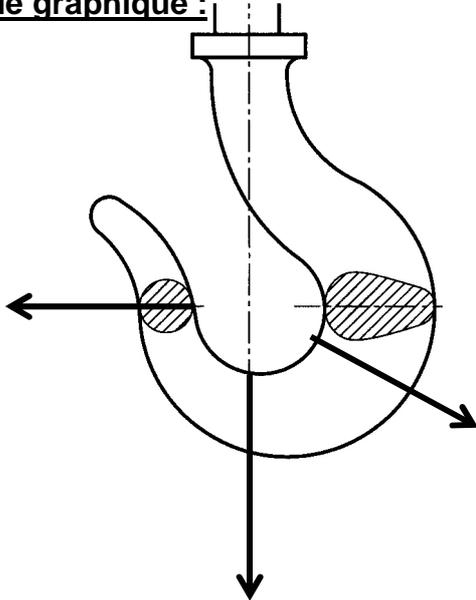
Nom :

CONTRÔLE

Note :

1 - RÉSULTANTES

Méthode graphique :



Tracez ci-dessous la somme des 3 forces en prenant A comme point de départ :



/4

Si l'échelle est 1mm → 100N, quelle est l'intensité de cette résultante ?

/2

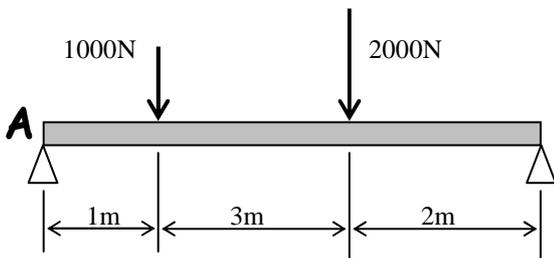
Intensité de la résultante ?

/1

À quelle distance est-elle de A ?

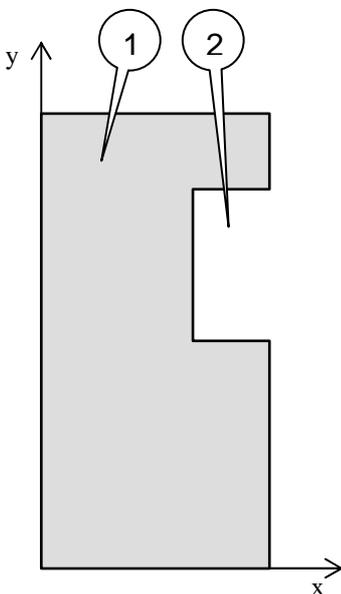
/5

Méthode analytique :



2 - Centre de gravité

Le dessin de cette plaque est à l'échelle 1 : 1. Calculez les coordonnées X_G et Y_G de son CdG



Aire de 1 :

Aire de 2 :

Aire de la plaque (grisée) :

Calcul de X_G

/4

Calcul de Y_G

/4